Московский авиационный институт   
(государственный технический университет)   
  
Факультет прикладной математики   
  
Кафедра вычислительной математики и программирования

Курсовой проект по курсам

“Языки и методы программирования” и “Алгоритмы и структуры данных”

8 факультет, 2 курс, весенний семестр 2020/21 учебного года

Студент: Стрыгин Д.Д.

Группа: М8О-106Б-19, №20

Преподаватель: Дубинин А.В.

Содержание:

* Введение
* Задание
* Разреженные матрицы
* Способы хранения разреженных матриц
* Описание программы
* Заключение
* Список источников

Введение

Задание VII. Разреженные матрицы.

Составить программу на языке Си с процедурами и/или функциями для обработки *прямоугольных* разреженных матриц с элементами целого (группы 6, 8), вещественного (группы 2-5), или комплексного (группы 1, 7) типов, которая:

1. Вводит матрицы различного размера, представленные во входном текстовом файле в обычном формате (по строкам), с одновременным размещением ненулевых элементов в разреженной матрице в соответствии с заданной схемой;

2. Печатает введённые матрицы во внутреннем представлении согласно заданной схеме размещения и в обычном (естественном) виде;

3. Выполняет необходимые преобразования разреженных матриц (или вычисления над ними) путём обращения к соответствующим процедурам и/или функциям;

4. Печатает результат преобразования (вычисления) согласно заданной схеме размещения и в обычном виде.

В процедурах и функциях предусмотреть проверки и печать сообщений в случаях ошибок в задании параметров. Для отладки использовать матрицы, содержащие 5-10% ненулевых элементов с максимальным числом элементов 100.

Задание



Использовать 2 вектора.

Разреженные матрицы

Разреженная матрица – двухмерный массив, большинство элементов которого равны между собой (чаще всего это нулевые элементы), так что хранить в памяти достаточно лишь небольшое число значений отличных от основного (фонового) значения остальных элементов. В таких матрицах количество ненулевых элементов составляет до 20%.

**Для чего это нужно**

Допустим, размер матрицы, которую надо ввести элементов, тогда если все элементы типа double, то всего потребуется байт. Получается, что размер самого большого массива, который мы хотим написать, ограничен объёмом допустимой памяти. Предположим, что нам удалось разместить массив большого размера в памяти, но это дало ряд проблем, потому что при создании такого массива память, занятая им, оказывается недоступной для остальной части программы, что уменьшает объем доступных ресурсов. А этот факт, соответственно, отрицательно сказывается на производительности программы. В ситуациях, когда работа ведётся не со всеми элементами матрицы, выделение памяти под весь массив является нецелесообразной тратой системных ресурсов.

Чтобы не возникало проблем потребности памяти при работе с разреженными матрицами, были придуманы некоторые приёмы работы с ними. Все они основаны на одном: выделение памяти под элементы массива происходит только при необходимости. Поэтому самым главным преимуществом при работе с разреженной матрицей можно считать то, что для её хранения памяти необходимо столько, сколько элементов действительно используются. Так, при сложении числа с нулём, мы получаем само число, а при умножении этого числа на нуль, мы получаем нуль. Соответственно, работа с разреженной матрицей предполагает обработку только ненулевых элементов этой матрицы.

Существует множество примеров приложений, в которых ведётся работа с разреженными матрицами. Многие из них относятся к инженерным задачам, однако есть одно приложение, которое достаточно широко используется - электронная таблица. Вспомним, что матрица в такой таблице имеет большую размерность, хотя на практике используется лишь малая её часть. При использовании разрежённости память под элемент выделяется только по необходимости, поэтому электронная таблица занимает минимально необходимую память.

**Типы разреженных матриц**

Различают два типа разреженных матриц:

* матрицы, в которых местоположения элементов со значениями, отличными от фонового, могут быть математически описаны;
* матрицы со случайным расположением элементов.

В случае работы с разреженными матрицами вопросы размещения их в памяти реализуются с учётом их типа.

**Матрицы с математическим описанием местоположения элементов**

К данному типу матриц относятся матрицы, у которых местоположения элементов со значениями, отличными от фонового, могут быть математически описаны, то есть в их расположении есть какая-либо закономерность.

Элементы, значения которых являются фоновыми, называют нулевыми; а элементы, значения которых отличны от фонового, называют ненулевыми. Но необходимо помнить, что фоновое значение не всегда равно нулю.

Ненулевые значения хранятся, как правило, в одномерном массиве (векторе), а связь между местоположением в разреженной матрице и в новом, одномерном, описывается математически с помощью формулы, преобразующей индексы матрицы в индексы вектора.

На практике для работы с разреженной матрицей разрабатываются функции:

* для преобразования индексов матрицы в индекс вектора;
* для получения значения элемента матрицы из её упакованного представления по двум индексам (строка, столбец);
* для записи значения элемента матрицы в её упакованное представление по двум индексам.

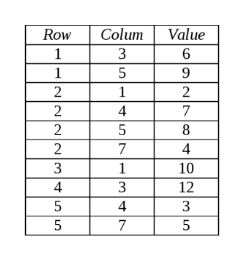
При таком подходе обращение к элементам матрицы выполняется с помощью указанных функций. Например, пусть имеется двумерная разреженная матрица, в которой все ненулевые элементы расположены в шахматном порядке, начиная со второго элемента. Для такой матрицы формула вычисления индекса элемента в линейном представлении будет следующей:

где L - индекс в линейном представлении; x, y – индексы соответственно строки и столбца в двумерном представлении; XM - количество элементов в строке исходной матрицы.

**Матрицы со случайным расположением элементов**

К данному типу относятся матрицы, у которых местоположение элементов со значениями, отличными от фонового, не могут быть математически описаны, то есть в их расположении нет какой-либо закономерности.

Один из основных способов хранения подобных разреженных матриц заключается в запоминании ненулевых элементов в одномерном массиве записей с идентификацией каждого элемента массива индексами строки и столбца матрицы. Такой способ хранения называется последовательным представлением разреженных матриц. Ниже представление матрицы A в виде 3-х векторов.



Доступ к элементу матрицы A с индексами i и j выполняется выборкой индекса i из поля Row, индекса j из поля Colum и значения элемента из поля Value. Следует отметить, что элементы матрицы обязательно запоминаются в порядке возрастания номеров строк для ускорения поиска.

Такое представление матрицы A сокращает используемый объем памяти. Для больших матриц экономия памяти является очень актуальной проблемой.

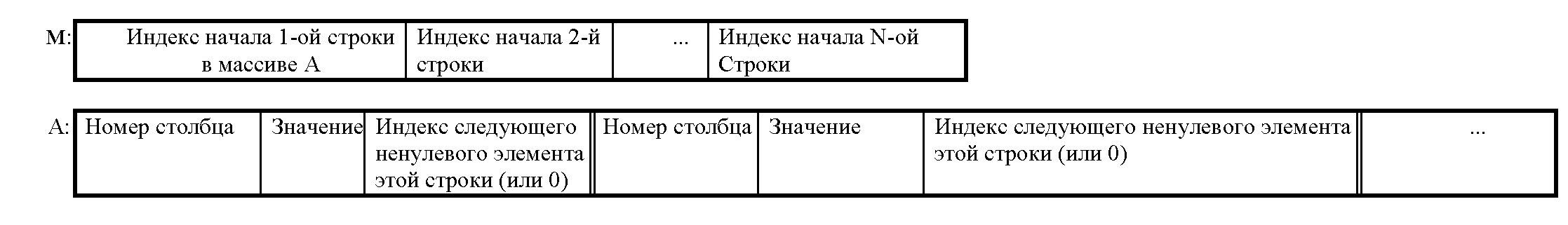
Однако последовательное представление разреженных матриц имеет определенные недостатки. Так включение и исключение новых элементов матрицы вызывает необходимость перемещения большого числа существующих элементов. Если включение новых элементов и их исключение осуществляется часто, то можно использовать описываемый ниже метод связанных структур.

Метод связанных структур переводит статическую структуру матрицы в динамическую. Эта динамическая структура реализована в виде циклических списков.

Способы хранения разреженных матриц

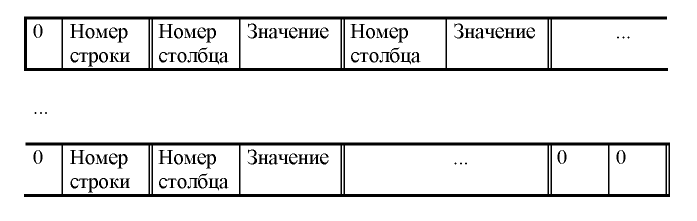
1. Цепочка ненулевых элементов в векторе А со строчным индексированием (индексы в массиве M равны 0, если соответствующая строка матрицы содержит только нули)

Индекс, равный нулю, означает отсутствие ненулевых элементов в строке (или в её остатке). Если матрицы не изменяются программой, возможна экономия памяти за счёт отказа от хранения в массиве А индексов следующего элемента столбца (когда элементы идут подряд). Вставка и удаление при этом способе возможны, но чересчур дороги: число перестановок элементов составит О(N) вместо О(1).



2. Один вектор:

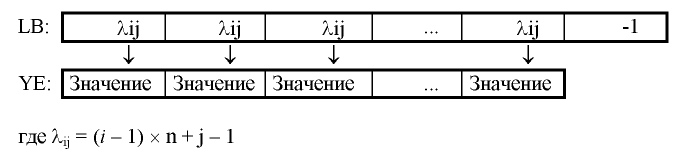
Ненулевому элементу соответствуют две ячейки: первая содержит номер столбца, вторая содержит значение элемента. Нуль в первой ячейке означает конец строки, а вторая ячейка содержит в этом случае номер следующей хранимой строки. Нули в обеих ячейках являются признаком конца перечня ненулевых элементов разреженной матрицы.



3.Три вектора:



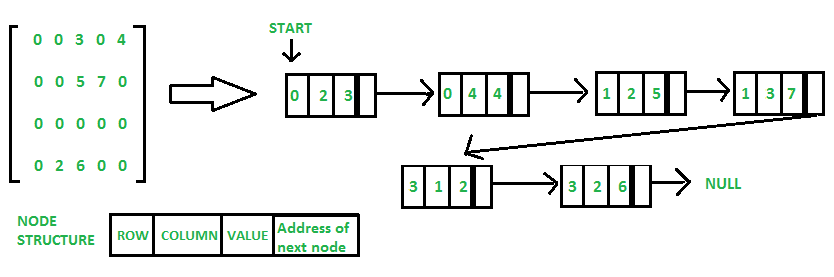
4.Два вектора:



5. Связный список

В связанном списке каждый узел имеет четыре поля. Эти четыре поля определены как:

* индекс строки, где расположен ненулевой элемент
* индекс столбца, где расположен ненулевой элемент
* значение ненулевого элемента, расположенного в индексе — (строка, столбец)
* адрес следующего узла



Описание программы

Программа принимает на вход размер матрицы m на n и саму матрицу, состоящую из k ненулевых элементов. Все ненулевые элементы записываются в массив значений, а их индекс высчитывается по формуле– индекс элемента в матрице и записывается в массив индексов. Одновременно со считыванием матрицы, программа высчитывает максимальное по модулю значение.

Далее идёт вывод массивов на экран и преобразование матрицы. Преобразование заключается в делении всех элементов строки на максимальное по модулю значение во всей матрице, если оно есть в этой строке. Оно происходит путём просмотра всех элементов из массива значений и их деления, если они подходят по условию.

Таким образом, сложность O(k) (в лучшем случае, когда наибольшее значение в начале строки, требуется всего 1 проход. В худшем случае, когда наибольшее значение в конце строки, приходится проходить всю строку ещё один раз для деления и требуется 2 прохода).

Далее идёт вывод преобразованной матрицы на экран и завершение работы.

Заключение

В курсовом проекте были рассмотрены разреженные матрицы, типы таких матриц и области, где они применяются. В ходе подготовки проекта были изучены способы хранения разреженных матриц. В процессе выполнения проекта была написана программа, которая хранит разреженную матрицу в виде 2-х векторов, вычисляет максимальный по модулю элемент этой матрицы и делит все элементы строк, в которых этот элемент встречается, на него.

Список источников:

* <https://studfile.net/preview/7278897/page:11/> Разреженные матрицы
* <http://espressocode.top/sparse-matrix-representation/> способы представления разрезженной матрицы
* <https://ru.wikipedia.org/wiki/Разреженная_матрица> Разрезженные матрицы
* методичка